

Razones y gráficas: concepto de razón

Reflexiones adicionales

La comparación aditiva, por ejemplo entre 12 y 3, determina que 12 es nueve unidades mayor que 3 (su diferencia) y en la comparación multiplicativa dice que 3 cabe 4 veces en 12 (su cociente).

El concepto de razón puede definirse como la comparación multiplicativa entre dos cantidades o la comparación de dos cantidades mediante un cociente.

La razón expresa la relación entre los tamaños de dos cantidades aún cuando no informa acerca de las magnitudes originales de las cantidades. Por ejemplo, la razón entre 12 y 3 es $\frac{1}{4}$, este cociente nos indica que 3 es la cuarta parte de 12, pero en $\frac{1}{4}$ no se aprecia que las cantidades que lo originaron fueron 3 y 12, podrían haber sido 25 y 100.

La razón entre a y b puede expresarse en distintas formas, por ejemplo: $a : b$ o $\frac{a}{b}$, que se leen "a es a b" o "a entre b".

En las páginas 55 a 59 del Tomo V, Vol. 2, se aborda la noción de razón. En la actividad inicial se pide valorar el desempeño de una jugadora de basquetbol de acuerdo con los lanzamientos que encestó y el total de intentos que hizo. La comparación entre cantidades es central para el desarrollo del concepto de razón. Esta comparación puede ser aditiva (por medio de su diferencia) o multiplicativa (a través de su cociente), por medio de la segunda se determina la razón entre las cantidades.

Las razones se expresan como un cociente de números enteros, este cociente permite comparar una parte (lanzamientos encestados) con el todo (total de lanzamientos).

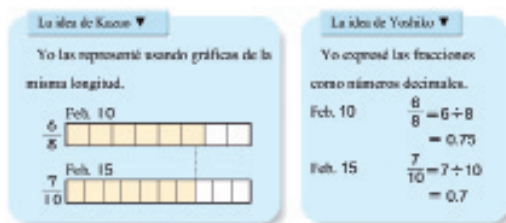


Fig. 1

La representación de fracciones mediante las figuras geométricas y números decimales permite determinar en cuál de los dos juegos la jugadora tuvo un mejor desempeño, es decir, en cuál fue más acertada, ¿cuando encestó 6 de 8 tiros o cuando logró 7 aciertos en 10 tiros? El siguiente esquema (Fig. 2) ilustra la comparación parte-todo. En una comparación del tipo parte-todo el valor de la razón está entre cero y

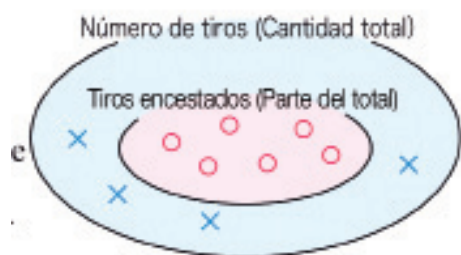


Fig. 2

1 porque la parte es menor o igual que el todo. Por ejemplo, en la siguiente recta numérica (Fig. 3) se muestra que el grado de ocupación de un avión de 130 asientos, de los cuales 117 están ocupados, es de 0.9.

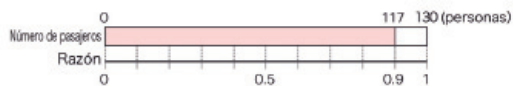


Fig. 3

En otra actividad de la lección el propósito es expresar la razón entre dos cantidades aún cuando una de ellas no sea una parte de la otra. Aunque la tarea puede resultar más compleja, el uso de gráficas como las siguientes (Figs. 4 y 5) apoyan la realización de esta tarea.

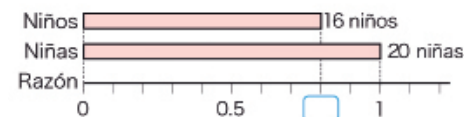


Fig. 4

Como se observa, la razón del número de niños respecto al de niñas es de $\frac{4}{5} = 0.8$, mientras que la razón del número de niñas y el de niños es $\frac{5}{4} = 1.25$, esto permite observar que el valor de una razón puede ser mayor que 1 y destaca la importancia de ser claros sobre qué cantidades intervienen en una comparación y en qué orden se están considerando.

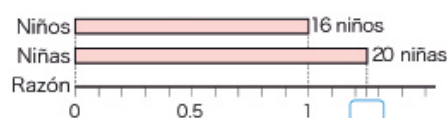


Fig. 5

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. El concepto de razón es muy relevante en matemáticas, ¿estás de acuerdo en la forma que se aborda su estudio inicial en esta lección? Justifica ampliamente tu respuesta.
2. Compara el esquema parte-todo con las rectas numéricas que aparecen en esta lección, ¿qué similitudes y diferencias encuentras entre ellos? ¿qué propósitos didácticos y matemáticos cubren estas formas de representación?
3. Establece las similitudes y diferencias entre las razones parte-todo y parte-parte. Enuncia las posibles dificultades que podría enfrentar el alumno para la comprensión de cada una.

Razones y gráficas: porcentajes

En las páginas 60 a 62 del Tomo V, Vol. 2, se introduce el estudio de los porcentajes, los cuales son vistos como razones en la que se compara una de las cantidades con respecto a 100. Por ejemplo, para determinar el grado de ocupación de un autobús que tiene 50 asientos y lleva 40 pasajeros, se necesita determinar la razón entre 40 y 50, para expresar

$$40 \div 50 = \boxed{} \div 100$$

2 veces

$\boxed{}$ veces

Fig. 1

arlo en porcentajes estas cantidades se pueden duplicar y se obtiene su equivalente (80 a 100), en ambos casos la razón es 0.80 que es expresada como “ochenta por ciento (80%)”, u ochenta de cada cien.

La razón 1 a 100 se representa en forma decimal como 0.01 y su conversión a porcentaje es mediante una multiplicación por 100, $0.01 \times 100 = 1\%$.

En las siguientes rectas (Fig. 2) se puede observar que la razón entre 40 y 50 es 0.8 y al multiplicar este último por 100 se obtiene su expresión en términos de porcentaje (80%).

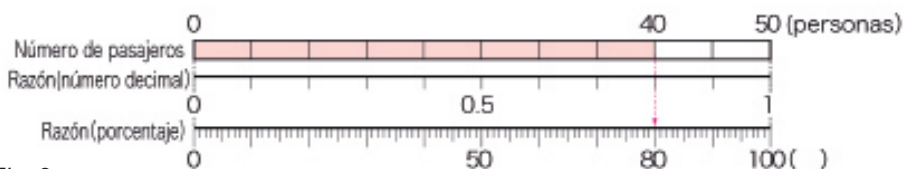


Fig. 2

En la lección se hace énfasis en que para determinar el porcentaje es necesario multiplicar por 100 a la razón, por ejemplo:

$$\frac{40}{50} \times 100 = 0.8 \times 100 = 80\%$$

Como se observa, existe una estrecha relación entre la razón, su expresión como fracción y su paso a porcentajes.

La comparación entre dos cantidades mediante porcentajes es de gran utilidad, es bastante ilustrativo decir que un autobús está ocupado al 80% de su capacidad, debe notarse la diferencia entre esta descripción y sólo mencionar que lleva 40 pasajeros o 10, que hay lugares disponibles, en las que no se hace ninguna referencia a otra cantidad.

En la lección se muestra que la razón entre dos números puede ser mayor que la unidad y por lo mismo los porcentajes pueden rebasar el 100%. Por ejemplo, cada vagón de la ilustración (Fig.3) tiene una capacidad de 120 pasajeros, así que el de enmedio tiene un grado de ocupación del 120%.

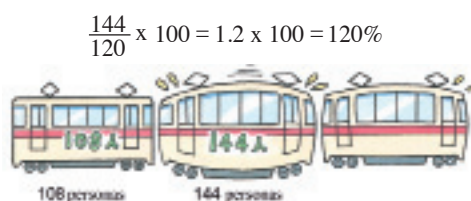


Fig. 3

Reflexiones adicionales

El porcentaje compara una cantidad respecto a 100, con ello se determina el tanto por ciento.

Al comparar una cantidad con otra, no necesariamente la segunda es 100.

Para determinar un porcentaje a partir de una razón, es necesario que la cantidad de referencia en la comparación sea 100, por ejemplo:

la razón $\frac{3}{4}$ se puede transformar como sigue:

$$\frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$$

Lo anterior representa 75 de cada 100, que multiplicado por 100 es el 75%. Esto también puede hacerse al multiplicar por 100 a la expresión decimal de la razón,

$\frac{3}{4} = 0.75$, de esto obtenemos que $0.75 \times 100 = 75\%$.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿A qué crees que se deba la introducción del tema de porcentajes enseguida del de razón? Explica con claridad.
2. ¿Consideras conveniente la forma en que se introduce el estudio de los porcentajes? Justifica tu respuesta.
3. ¿Coincide la forma en que tú calculas porcentajes con la forma en que se muestra en la lección? ¿Qué diferencias y similitudes encuentras? ¿Cuáles son las bases matemáticas de tu estrategia para calcular porcentajes? ¿Cuáles son las que se aplican en el método que presenta la lección?
4. Resuelve los problemas que se proponen en las páginas 63 a 65 e identifica qué posibles dificultades pueden tener los alumnos con ellos.

Razones y gráficas: gráficas que expresan razones

Reflexiones adicionales

Las gráficas circulares y las de banda se usan para representar, en cada una de sus secciones, relaciones parte-todo a través de porcentajes, sin necesidad de mostrar los datos de originales.

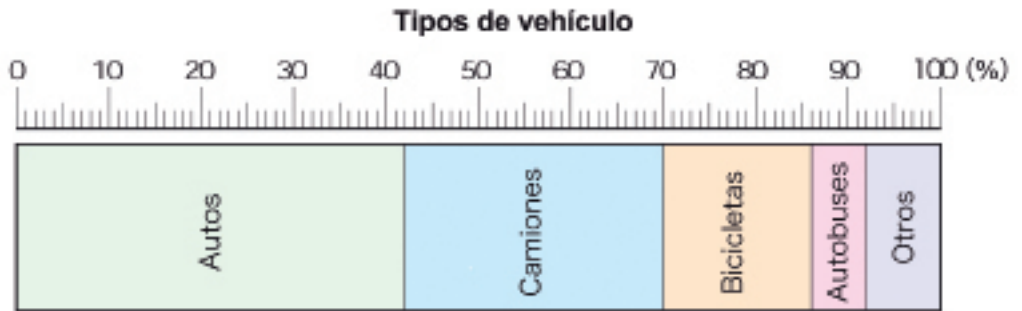
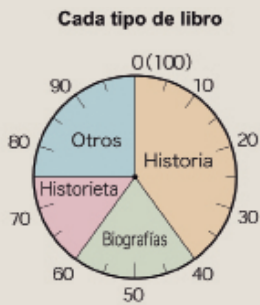


Fig. 1

Aun cuando no se conoce el total de vehículos, es posible observar su distribución con respecto al total (100%). El porcentaje permite abstraer la principal característica que se quiere observar. Por ejemplo, en el caso de los autos, podemos afirmar que 42 de cada 100 son de este tipo (o 21 de cada 50).

Si se conoce el total de vehículos es posible determinar el número que hay de cada tipo. La razón (expresada como porcentaje) permite una visión más amplia de la situación.

En el caso de las gráficas circulares, se dividen los 360° en 100 partes iguales, cada una representa el 1%. Su lectura e interpretación es similar al de una gráfica de banda.

En esta parte de la lección se incluyen algunas actividades que orientan la construcción de estas gráficas, aunque la parte medular es el uso de las razones en las que una parte es comparada respecto al total.



Fig. 2



Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿En qué radica la utilidad de las gráficas de banda y las gráficas circulares para representar relaciones mediante razones y porcentajes? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
2. ¿Qué conocimientos matemáticos se ponen en juego en la construcción de gráficas de banda y gráficas circulares? Revisa las páginas 67 y 69.
3. ¿Qué información es posible obtener de las gráficas de banda y las gráficas circulares?
4. Describe diferentes situaciones en las que es conveniente usar gráficas de banda y gráficas circulares.

