Fracciones equivalentes

Reflexiones adicionales

Fracción unitaria. Es aquella fracción cuyo numerador es igual a 1.

Fracciones equivalentes. Son las que representan la misma cantidad, aun cuando el numerador y el denominador sean distintos, por ejemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

A partir de multiplicar o dividir por un mismo número al numerador y denominador pueden generarse fracciones equivalentes, por ejemplo:

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10} \text{ y}$$

$$\frac{15}{20} = \frac{15 \div 2}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$$

En las páginas 23 a 25 del Tomo V, Vol. 2, se aborda el tema que corresponde a las fracciones equivalentes.

Desde el primer grado se ha propiciado que los alumnos construyan y descompongan los números naturales a partir de la unidad (por ejemplo: 1+1+1=3, 1+1+3=5 y 7=1+1+5). Con base en esta experiencia, en la lección se les pide que dividan a la unidad en partes iguales para construir fracciones unitarias (en el caso de la figura 2 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$ y $\frac{1}{9}$).

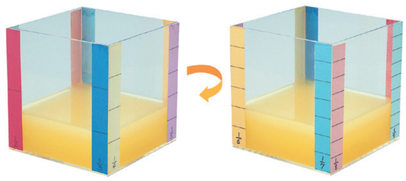

Fig.1

A partir de fracciones unitarias pueden generar fracciones con el mismo denominador; por ejemplo, con $\frac{1}{4}$ generan $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ con $\frac{1}{9}$ las fracciones $\frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}$, etc. Con el apoyo de representaciones gráficas, como las tiras graduadas que aparecen en el cubo de la página 23, el alumno compara las fracciones que generó y puede determinar equivalencias entre ellas como $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ y forman $\frac{2}{4}$ y que ésta es equivalente a $\frac{1}{2}$. Con rectas numéricas paralelas, como las de la figura, elabora listados ($\frac{5}{5}, \frac{5}{6}, \frac{5}{7}, \frac{5}{8}, \frac{5}{9}, \frac{5}{10}$ y $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}$) para establecer relaciones entre las fracciones.

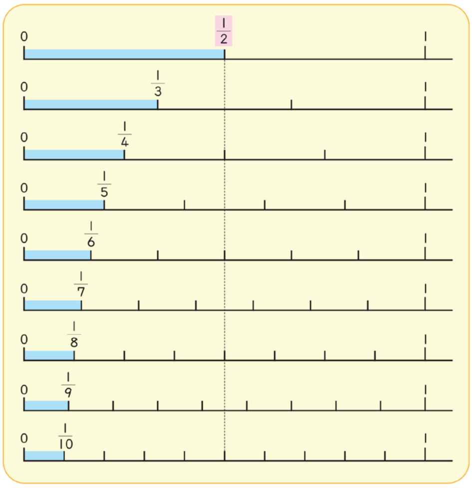

Fig.2

El primer listado contiene fracciones construidas (*Fig. 2*) con la misma cantidad de fracciones unitarias (para compararlas en la figura pueden unir con una línea las marcas que corresponden a cada fracción). La segunda lista tiene fracciones construidas con una cantidad distinta de fracciones unitarias (para compararlas pueden hacer una lectura horizontal en la recta numérica correspondiente). Los alumnos también pueden observar que al trazar una línea vertical, las marcas en las rectas numéricas corresponden a fracciones equivalentes construidas con diferente cantidad y tipo de fracciones unitarias. Uno de los propósitos de esta actividad es que los alumnos noten que:

- *Cuando el numerador es el mismo, una fracción disminuye su valor si el denominador aumenta.*

- *Cuando el denominador es el mismo, una fracción incrementa su valor si el numerador aumenta.*

- *Algunas fracciones tienen el mismo valor, incluso si sus denominadores y numeradores son diferentes.*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cuál es la relevancia de la noción de fracción unitaria en esta lección? Explica con claridad tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

2. Escribe 5 fracciones mayores que $\frac{7}{9}$ que tengan el mismo numerador.

3. Escribe 5 fracciones menores que $\frac{7}{9}$ que tengan el mismo numerador.

4. ¿Para qué valores de *a, b, c y d* se cumple que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$? Considera que *b* y *d* deben ser diferentes de cero. Justifica tus respuestas.

5. ¿Para qué valores de *a*, $\frac{7}{a}$ es igual, mayor o menor que $\frac{a}{7}$? Considera que *a* debe ser diferente de cero. Justifica tus respuestas.

6. Analiza las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$ donde *a* y *b* son diferentes de cero.

¿Cuándo $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$? ¿Cuándo $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$? Justifica tus respuestas.

7. ¿Por qué al multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por un número distinto de cero no se altera el valor de la fracción? Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

Suma y resta de fracciones

Reflexiones adicionales

La suma y resta de aquellas fracciones que tienen igual denominador se resuelven de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

En todos los casos $b \neq 0$.

En las páginas 26 a 28 del Tomo V, Vol. 2, se estudian la suma y la resta de fracciones con igual denominador. Las situaciones que se presentan están acompañadas de imágenes con recipientes que tienen la misma graduación (*Fig. 1*), cada marca representa una fracción unitaria, a partir de ésta se determina la fracción que indica el nivel del líquido.

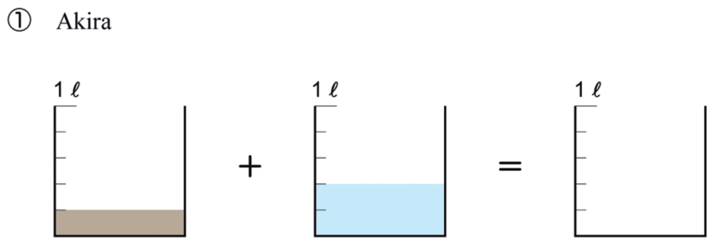

Fig.1

La acción de poner el líquido de los dos recipientes en un tercer recipiente induce la idea de la suma de fracciones ($\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$).

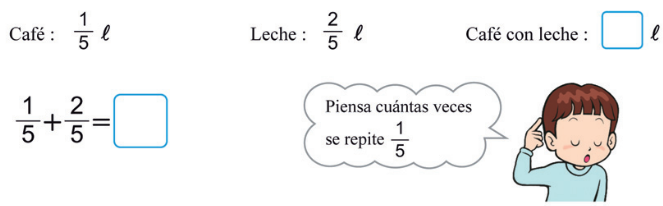

Fig.2

Los alumnos observan que $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ porque se trata de fracciones generadas por la misma fracción unitaria (*Fig. 2*). Es decir, el caso de la suma de fracciones se reduce a un problema previamente resuelto: sumar números enteros. A partir de este tipo de situaciones los alumnos suman y restan fracciones con igual denominador y generan la regla: "Cuando hacemos una suma (resta) de fracciones con el mismo denominador, sumamos (restamos) los numeradores y dejamos los denominadores igual". En la página 28 se aborda también el proceso inverso al mostrar en primer término la operación con fracciones y enseguida las imágenes de los recipientes correspondientes (*Fig. 3*).

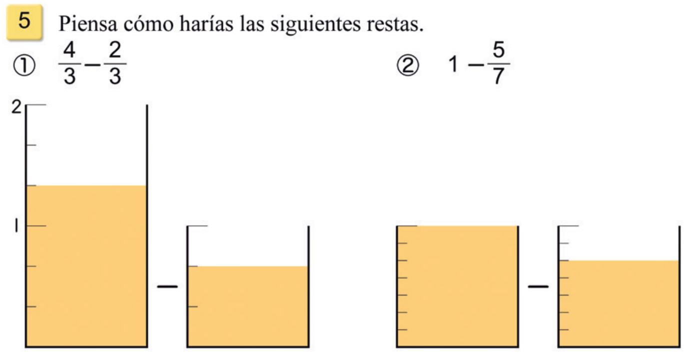

Fig.3

En la lección se sugieren diversas estrategias de solución; para la primera resta, las fracciones pueden descomponerse en la fracción unitaria $\frac{1}{3}$ y restarlas una a una quedando $\frac{2}{3}$, también puede reescribirse $\frac{4}{3}$ como $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ y al restarle $\frac{2}{3}$ obtener el resultado. Para la segunda resta, la unidad está formada por siete fracciones unitarias de $\frac{1}{7}$ que al restarle $\frac{5}{7}$ quedan $\frac{2}{7}$ o que a $\frac{5}{7}$ le faltan dos fracciones unitarias de $\frac{1}{7}$ para completar la unidad.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cuál es la relevancia de acudir al concepto de fracción unitaria para abordar la suma de fracciones con igual denominador?

2. ¿Por qué al trabajar con fracciones representadas mediante expresiones como $\frac{a}{b}$ es necesario establecer que $b \neq 0$? Justifica tu respuesta.

3. ¿Qué procedimiento(s) puedes usar para realizar sumas como $a + \frac{b}{c}$?

4. Encuentra diversas formas de resolver las siguientes operaciones que creas que pueden proponer los alumnos de quinto grado. Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

$$\frac{11}{4} - \frac{3}{4} = \qquad \frac{8}{5} - 1 = \qquad \frac{7}{6} + \frac{9}{6} =$$

5. ¿Qué limitaciones tendría el abordar el aprendizaje del algoritmo para la suma y la resta de fracciones si antes los alumnos no han dominado el concepto de fracciones equivalentes? Discute ampliamente tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.

Fracciones como cocientes y como números decimales

Reflexiones adicionales

El cociente de dos números enteros a y b es la fracción $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$.

El cociente puede tener como resultado un número entero, un decimal finito o un decimal periódico.

Los números decimales periódicos tienen una cantidad infinita de cifras decimales con una parte periódica, por ejemplo:

$\frac{68}{165} = 0.412121212...$

El periodo es 12 y puede escribirse como $0.4\overline{12}$.

Los números que se pueden escribir como el cociente de dos números enteros con:$b \neq 0$ se llaman números racionales. Por ejemplo:

- $7 = \frac{21}{3} = \frac{14}{2}$
- $0.5 = \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$
- $0.\overline{4} = \frac{4}{9} = \frac{12}{27}$

En las páginas 29 a 33 del Tomo V, Vol. 2, se aborda el estudio del significado de la fracción como cociente de enteros a partir de dividir $2 \div n$ con $n = 1,2,3,4,5$.

La operación $2 \div 3 = 0.666 = 0.\overline{6}$ permite introducir números cuyas cifras decimales son infinitas y periódicas y discutir las ventajas de expresarlos como fracción. Por ejemplo, resulta conveniente expresar $2 \div 3$ como $\frac{2}{3}$.Con esto se introduce la idea de que el cociente de dos números enteros puede escribirse como una fracción : $a \div b = \frac{a}{b}$,$b \neq 0$. Esta idea se refuerza mediante actividades como la propuesta en la página 30: si una cinta de 3 metros se divide en cuatro partes, ¿cuál es la medida de cada una? Puede calcularse el cociente de $3 \div 4$ o expresarse como: $\frac{3}{4}$, por lo que se concluye que cada parte mide tres cuartos de metro (*Fig. 1*).

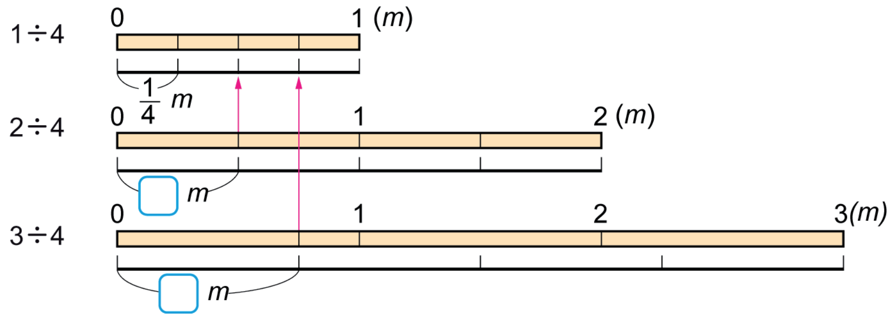

Fig.1

Para escribir una fracción como número decimal debe dividirse el numerador entre el denominador ($\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75$). Para escribir un decimal como fracción se acude al concepto de fracción unitaria trabajado en lecciones anteriores. Por ejemplo: 0.4 está compuesto por cuatro unidades de un décimo y como $0.1 = \frac{1}{10}$ se muestra a los alumnos que: $0.4 = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$. De la misma manera 0.12 compuesto por doce unidades de $\frac{1}{100}$ y por esto se puede escribir como $\frac{12}{100}$.

En la lección se usa la recta numérica para comparar fracciones con números decimales. En la página 31 (*Fig. 2*) , para comparar $\frac{3}{5}$ con 0.7 se acude a una representación gráfica que sugiere la escritura de $\frac{3}{5}$ en forma decimal.

4 ¿Qué cantidad es mayor, ¿ $\frac{3}{5}$ ℓ o 0.7 litros?

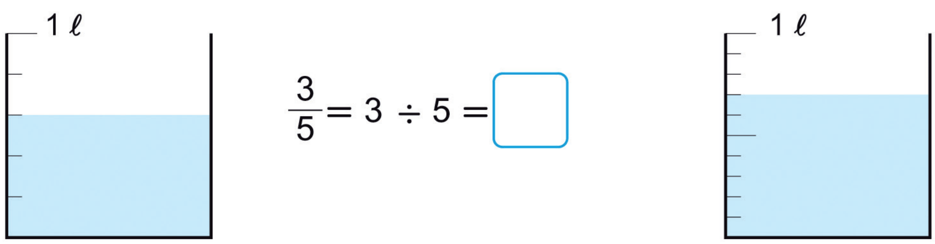

Fig.2

Para escribir $\frac{3}{5}$ como decimal se acude a la operación $3 \div 5 = 0.6$ y se observa que 0.6 es menor que 0.7. La figura refuerza esta idea, en el recipiente se observa que $\frac{7}{10}$ es mayor que $\frac{3}{5}$.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Escribe tres fracciones cuyo cociente sea un número entero.

2. Escribe tres fracciones cuyo cociente sea un número decimal finito.

3. Escribe tres fracciones cuyo cociente sea un número decimal periódico.

4. Escribe los siguientes números como el cociente de dos números enteros:

$0.3 \qquad 0.\overline{3} \qquad 0.\overline{1} \qquad 0.75 \qquad 0.\overline{75}$

5. Representa en la recta numérica los números del inciso anterior.

6. Escribe el número $0.\overline{205}$ como el cociente de dos números enteros.

7. Un alumno afirma que los números decimales finitos son decimales periódicos cuyo periodo es cero. ¿Estás de acuerdo con lo que dice este alumno? Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

8. *Todo número decimal periódico puede representarse como el cociente de dos números enteros*. Indaga cuál es el procedimiento que puedes aplicar para escribir cualquier decimal periódico como cociente de dos números enteros y elabora un reporte para presentarlo a tu profesor.