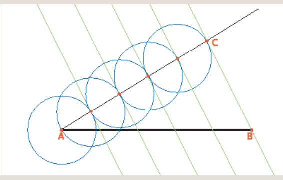
Un instrumento para medir usando fracciones comunes

Reflexiones adicionales

Dividir una unidad en partes iguales:

El *Teorema de Thales* se puede aplicar para dividir un segmento en cualquier número de partes iguales. Por ejemplo: para dividir el segmento *AB* en 5 secciones iguales se procede como sigue:



1. Trazar el segmento *AB*.
2. Trazar una semirrecta con origen en *A*.
3. Determinar de forma arbitraria una unidad "U"
4. Abrir el compás con la medida de "U".
5. Con centro en *A*, trazar una circunferencia y marcar el punto de intersección con la semirrecta.
6. Con centro en la intersección anterior trazar la segunda circunferencia y marcar la segunda intersección.
7. Repetir el procedimiento hasta obtener 5 circunferencias e igual número de intersecciones en la semirrecta.
8. Trazar una recta por *B* y la última intersección de la semirrecta (punto *C*)
9. Traza rectas paralelas a la anterior que pasen por las intersecciones de la semirrecta. El segmento *AB* quedó dividido en 5 secciones iguales.

En la página 69 del Tomo IV, Vol. 2, se aborda el problema de construir un instrumento para medir usando fracciones comunes. La imagen (*Fig. 1*) muestra la división de una cinta de 1 metro en cuatro secciones iguales.

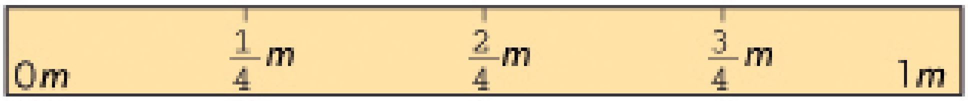


Fig. 1

Se observa que es fácil construir una regla para medir fracciones con denominadores 2, 4 y 8: primero divide el metro a la mitad, después cada una de las mitades se subdivide otra vez a la mitad, de manera que se obtienen cuartos, y así sucesivamente.

¿Cómo podemos construir una regla para medir fracciones usando otros denominadores? En esta lección se usa un método geométrico en el que se acude a las propiedades de las rectas paralelas (como sugerencia implícita para dar respuesta a la pregunta).

En parejas, pueden utilizar un pliego de papel cuadriculado, trazar varias paralelas separadas por la misma distancia y dividir cintas de 1 metro en fracciones con denominadores 3, 5, 7, 9 y 10 (*Fig. 2*).

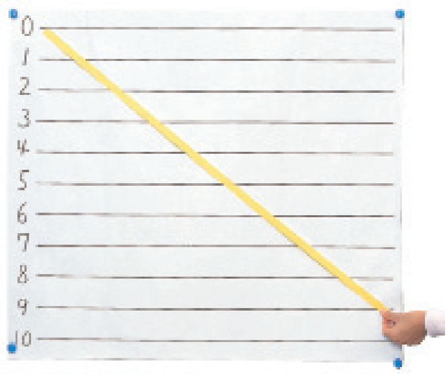
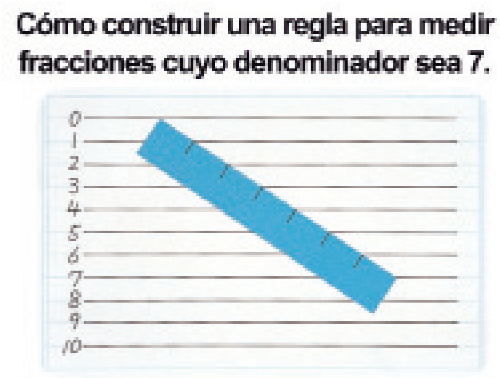


Fig. 2

El siguiente problema consiste en marcar un recipiente con fracciones desde el $\frac{1}{7}$ hasta $\frac{7}{7}$.

Un problema adicional: con fracciones cuyo denominador es 10, construir una escala graduada en un tambo, un tinaco o cualquier otro recipiente.



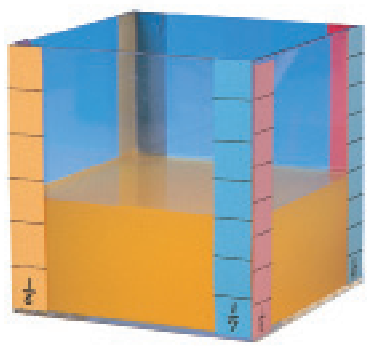


Fig. 3

Enlace: *http://www.oma.org.ar/omanet/educabri/clase19.htm*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Por qué es importante en esta lección abordar el problema de "construir una regla que nos permita medir fracciones"? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.

2. Indaga en las fuentes que creas conveniente cómo dividir un segmento en partes iguales sin usar una regla graduada.

3. ¿Cómo hacer la escala para medir el volumen de un recipiente en siete partes iguales sin usar una regla graduada?

4. El *Teorema de Thales* es un resultado que se aplica para dividir un segmento en cualquier número de partes iguales. Indaga qué es lo plantea ese teorema y cómo se demuestra su validez. Explica la demostración del Teorema de Thales empleando tus propias palabras.

5. ¿Qué recursos interactivos e informáticos conoces para dividir un segmento en cualquier número de partes iguales? Discute tu respuesta con tus compañeros.

El sistema de las fracciones comunes

En la página 70 del Tomo IV, Vol. 2, se trata el tema del sistema numérico de las fracciones comunes.

Esta actividad consiste en representar mediante un gráfico lineal la longitud que indica la fracción de la izquierda (*Fig. 1*).

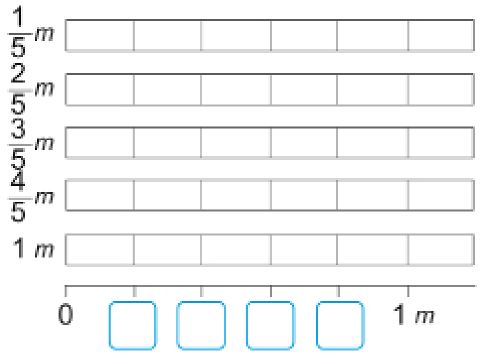


Fig. 1

Después se proponen preguntas como:

¿Cuántas veces se debe tomar $\mathbf{\frac{1}{n}}$ para obtener $\mathbf{\frac{x}{n}}$?, considera que x<n.

¿Cuántas veces debemos tomar $\mathbf{\frac{1}{n}}$ para obtener 1?

¿Cuál es más largo $\mathbf{\frac{x}{n}}$ o $\mathbf{\frac{y}{n}}$?, considera que **x<n** y que **y<n**.

Las preguntas anteriores nos llevan a concluir, entre otras propiedades, que si la unidad se dividió en **n** partes iguales, entonces:

a) Las fracciones $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, ..., \frac{n-1}{n}$ son menores que la unidad (fracciones propias).

b) Debe tomarse n veces $\frac{1}{n}$ para obtener la unidad ($\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n} ... \frac{n}{n} = 1$).

c) De varias fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene el mayor numerador $\frac{x}{n} > \frac{y}{n}$ si x > y.

Analiza con atención las actividades previas. ¿Qué proceso didáctico se siguió para establecer que las fracciones con el mismo numerador y el mismo denominador son iguales a 1?

Fracciones decimales

Los números decimales inician con énfasis en la conversión de una fracción a números decimales (*Fig. 2*), para esto se sugiere realizar mediciones y repartos de 1 metro, 1 litro ó 1 kilogramo. Después, realizar las actividades del libro: escribir $\mathbf{\frac{1}{10}}$ como 0.1

¿Por qué $\frac{1}{10} = 0.1$?

¿Por qué 7 veces $\mathbf{\frac{1}{10}}$ es $\mathbf{\frac{7}{10}} = 0.7$?

En el número 0.8, ¿qué valores representan el **8** y el **0**?

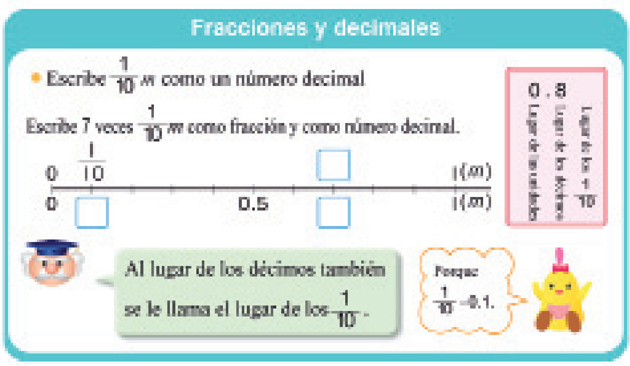


Fig. 2

Enlace:http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_decimal

Reflexiones adicionales

Identificar el modelo: $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, ... \frac{n}{n}$

Fracción igual a la unidad (impropia)

Fracciones propias con diferentes denominadores.

$$\underbrace{\frac{1}{n} + \cdots + \frac{1}{n}}_{\text{n veces}} = 1$$

$\frac{x}{n}$ es x veces $\frac{1}{n}$; n≠0

1 es n veces $\frac{1}{n}$; n≠0

$\frac{x}{n} < \frac{y}{n}$; si x < y; n≠0

Las fracciones con el mismo numerador y denominador son igual a 1.

$\frac{n}{n} = 1$; n≠0

• El lugar de los décimos también se llama el lugar de $\frac{1}{10}$.

Porque $\frac{1}{10} = 0.1$

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cómo se puede expresar matemáticamente que la suma de las partes iguales en que se ha dividido el segmento es igual a uno? ¿En qué consistió el proceso didáctico que se empleó para arribar a esta generalización?

2. ¿Por qué $\frac{x}{n} > \frac{y}{n}$ si x>y, con n≠0? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.

3. ¿Cómo transformar fracciones con denominador 10 a números decimales?

4. ¿Qué justificaciones didácticas tendrá el hecho de estudiar primero fracciones propias como $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}$ ... hasta llegar a la fracción impropia de la forma $\frac{n}{n}$ y después abordar las fracciones decimales?

Fracciones mayores que 1

Reflexiones adicionales

Las **fracciones propias** son menores que 1.
Las **fracciones impropias** son iguales o mayores que 1.
Las **fracciones mixtas** son mayores que uno.

$1+\frac{1}{n}$ se escribe: $1\frac{1}{n}$

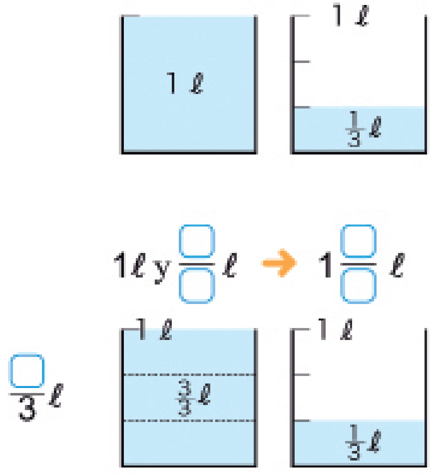
$1\frac{1}{n} = \frac{n}{n} + \frac{1}{n} = \frac{n+1}{n}$

Como $n + 1 > n$,

entonces $\frac{n+1}{n} > 1$

En la página 71 del Tomo IV, Vol. 2, se abordan problemas con las fracciones mayores que 1.

En el primer ejemplo de números mixtos (*Fig. 1*), puede apreciarse visualmente el volumen (imagen bidimensional): un litro y otra parte más.



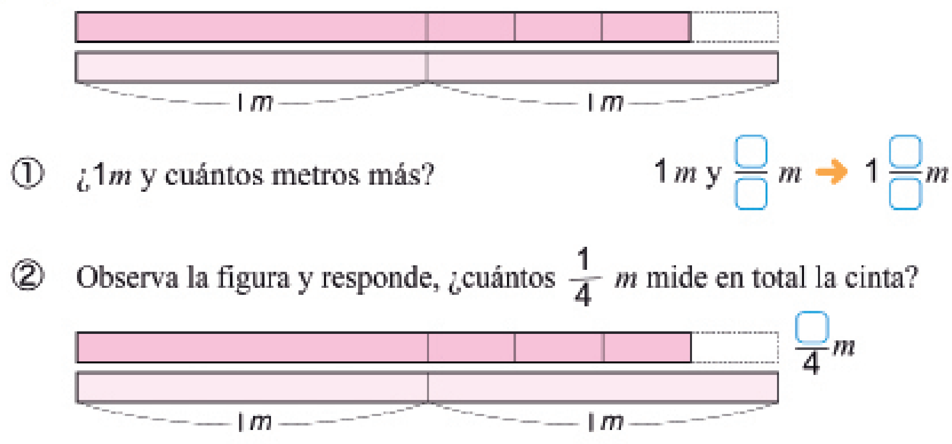
En la página 67 se estudió el volumen de una tetera eléctrica de 1 litro y $\frac{1}{4}$ de más y el agua de una taza de $\frac{3}{4}$ de litro (en ambos casos se preguntó por una fracción menor que la unidad). Ahora se trata de expresar el volumen, sin separar el número entero de la fracción, sino uniéndolos (número mixto).

Como conclusión de la primera actividad, se pretende que los alumnos comprendan que:

• La suma de 1 litro y $\frac{1}{3}$ se escribe como $1\frac{1}{3}$ litro y se lee como “un litro y un tercio de litro”

• También se escribe como “$\frac{4}{3}$ litro” y se indica que se lee “cuatro tercios de litro” porque $1\frac{1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

Sobre la longitud de la cinta (*Fig. 2*), se espera que respondan la pregunta:
“La cinta mide 1 metro y “tantos” metros más” porque son 1*m* y $\frac{[\quad]}{[\quad]}$ *m*



Enlace: *http://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n_impropia*
http://www.i-matematicas.com/recursos0809/1ciclo/fraccionpostiva/interactivo/Representacion.htm

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

Se recomienda enfáticamente no perder de vista el tratamiento y la secuencia didáctica que se emplea para introducir el estudio de las fracciones en la lección hasta llegar a las fracciones mixtas.

1. ¿Cómo construyen los alumnos el concepto de fracción unitaria? En otras palabras, ¿cómo se propicia que comprendan que la longitud de una de las partes que se forma al dividir la unidad en **n** partes iguales es igual a $\frac{1}{n}$? Justifica tu respuesta.

2. Después de la fracción unitaria se abordó el concepto de fracción propia (fracciones menores o iguales a 1) ¿Por qué crees que se procedió en ese orden? Justifica tu respuesta.

3. Analiza las actividades propuestas para convertir las fracciones de la forma n/10 al número decimal 0.n, haz una propuesta didáctica para mejorar el procedimiento de conversión de fracción común a número decimal (**no** como "regla ciega").

4. Elabora un ensayo breve donde argumentes tan sólidamente como te sea posible sobre el proceso didáctico empleado para expresar fracciones mixtas y la conversión de éstas en fracciones impropias mayores que 1.

5. ¿Qué propiedades de las fracciones cumplen las fracciones mixtas?

6. El volumen de la tetera eléctrica y la longitud de una cinta son dos situaciones que se utilizan en esta página para el estudio de las fracciones mixtas, ¿qué otros contextos pueden utilizarse? Haz una secuencia didáctica tan minuciosa como te sea posible.

7. ¿Cómo se induce en la lección que $1\frac{1}{3}$ significa $1+\frac{1}{3}$? ¿Cuál es la importancia que tiene para el aprendizaje que los niños comprendan ese significado para las fracciones mixtas? Muestra varios ejemplos en los que se muestre la relevancia didáctica de ese significado. Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.

8. ¿Es matemáticamente correcto usar una imagen bidimensional para representar el volumen en el recipiente? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible y discútela con tus compañeros y tu profesor.

Fracciones mayores que 1

Reflexiones adicionales

Casos de fracciones mixtas:

- $1 + \frac{x}{n}$ se escribe: $1\frac{x}{n}$

- Si k es un número entero positivo, $k + \frac{x}{n}$ se escribe: $k\frac{x}{n}$

Interpretación de:

$k\frac{x}{n} = \frac{nk+x}{n}$

k dígito diferente de cero.

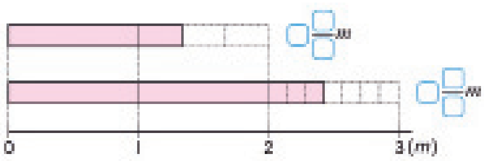
En las páginas 72 y 73 del Tomo IV, Vol. 2, se recrea lo que se aprendió con fracciones mayores que 1.

En estas páginas se presentan problemas para expresar longitudes y volúmenes mediante fracciones mixtas e impropias.
La parte entera consta de 1, 2 o 3 unidades; la parte fraccionaria es una fracción propia.

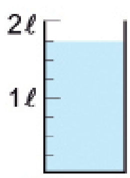
Como resultado de las actividades previas se espera que los alumnos sean capaces de resolver los problemas que se presentan más adelante. Se sugiere al docente estar atento mientras los alumnos resuelven los problemas individualmente, después organizar equipos para comparar y validar los resultados, al final es conveniente que realice una sesión plenaria para confrontar procedimientos y/o respuestas distintas empleando actividades como las siguientes:

- Escribe las siguientes longitudes y volúmenes como fracciones mixtas.

$3\frac{1}{2}$

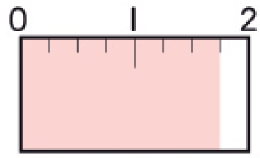


- Escribe estas fracciones como números mixtos y fracciones impropias.



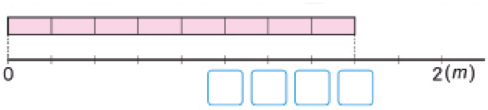
$1\frac{3}{4}$ o $\frac{7}{4}$

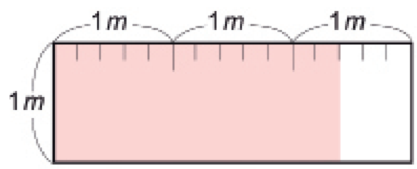
- Cambia $\frac{7}{4}$ a un número mixto.
$\frac{7}{4}$ se descompone en $\frac{4}{4}$ y $\frac{3}{4}$
Como $\frac{4}{4}$ es igual a 1,
entonces $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$



$2\frac{3}{4}$

- Expresa 5 veces $\frac{1}{5}$ *m*, 6 veces $\frac{1}{5}$ *m*, 7 veces $\frac{1}{5}$ *m* y 8 veces $\frac{1}{5}$ *m* como fracciones impropias.





$2\frac{2}{5}$ o $\frac{12}{5}$

Enlace: *http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional#Fracciones_mixtas*
Videos de YouTube para transformar una fracción impropia a número mixto: *http://www.youtube.com/watch?v=st8ruj16Xhl*
http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/fracciones-mixtas.html
http://www.winmates.net/index.php

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿En qué son diferentes las fracciones mixtas de las páginas 72 y 73 y las fracciones mixtas de las páginas anteriores?
2. Justifica, tan ampliamente como te sea posible por qué es importante que los niños comprendan que $1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$
3. ¿Cómo inducir a los alumnos de cuarto grado de primaria para que justifiquen que $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$