

“EL VÍNCULO ENTRE LO GEOMÉTRICO Y LO GEOGRÁFICO, COMO MOVILIZADOR DEL
PENSAMIENTO ESPACIAL EN NIÑOS Y NIÑAS DEL GRADO TRANSICIÓN”.
(Fragmento del marco teórico relaciones espaciales)

BIVIANA FARLEY LONDOÑO R. JANETH ARIAS G.
LILIANA ALVAREZ B. LINA MARCELA SIERRA M.

https://www.academia.edu/8230209/El_v%C3%ADnculo_entre_lo_geom%C3%A9trico_y_lo_geogr%C3%A1fico_como_movilizador_del_pensamiento_espacial_en_ni%C3%B1os_y_ni%C3%B1as_de_grado_transici%C3%B3n

RELACIONES TOPOLÓGICAS

De manera simple, la topología está definida como el estudio del espacio. Según Piaget las relaciones topológicas en el ámbito de la geometría incluye como base fundamental la relación intrafigural que estudia la figura y sus propiedades para luego clasificarlas. Las relaciones topológicas son la operaciones primitivas para desarrollar el concepto de espacio geométrico que se da en el niño apareciendo luego las transformaciones euclidianas y proyectivas de una manera indiscriminada, es decir, puede darse una y luego la otra o simultáneamente. Eduard Bonet por otro lado describe la topología de una manera un poco más amplia al afirmar que “es el estudio de las propiedades de las figuras invariantes al aplicarle transformaciones bicontinuas”. Tales transformaciones se caracterizan porque conservan el interior y el exterior de los objetos sin atravesar su superficie y “... de este modo, interior y exterior son propiedades topológicas”. Así, cuando un niño percibe un mismo objeto o lugar desde distintos puntos de vista, recorre periódicamente los mismos trayectos, realiza juegos de construcciones, entre otras actividades; va recopilando datos necesarios para el conocimiento del espacio y de las relaciones entre los cuerpos que hay en él.

Se debe partir entonces de las nociones de interior y exterior como base fundamental en la construcción de las demás nociones topológicas (frontera, conexidad, vecindad), sobre las que se asienta la progresiva estructuración del espacio y la orientación de las acciones y los objetos en el mismo, así se construyen las ideas de figura y de cuerpo y se consolidan los conceptos de longitud y distancia.

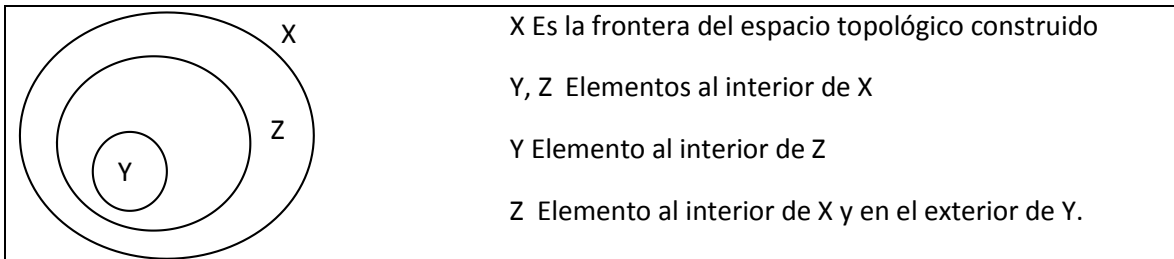
Sin embargo, esta construcción no es tan simple, depende directamente de tres relaciones básicas que se establecen entre los objetos del mismo espacio topológico y el espacio que ocupan dentro de él:

- Relación de cerramiento
- Relación de proximidad
- Relación de separación

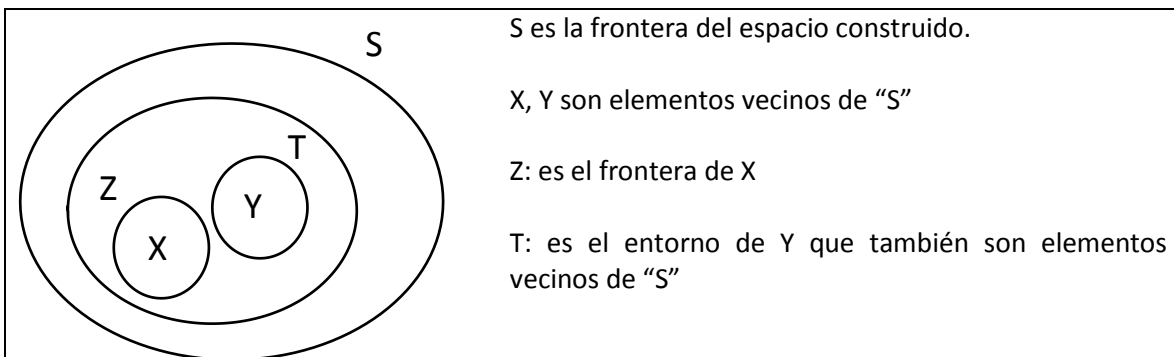
Las tres no pueden ser vistas independientes unas de otras, pues las mismas operaciones psicológicas que las engendran las ponen también en relación.

Relación de cerramiento: nociones de interior, exterior y frontera. La relación de cerramiento está dada por la característica que tiene un objeto “X” de contener completamente a otro objeto “y”. Esta relación es el resultado de una serie de exploraciones que parten de un punto de referencia, demarcando todo un espacio topológico a través de una frontera, de tal modo que al entorno que define un espacio topológico dado se le denomina frontera, al espacio dentro de esta junto con

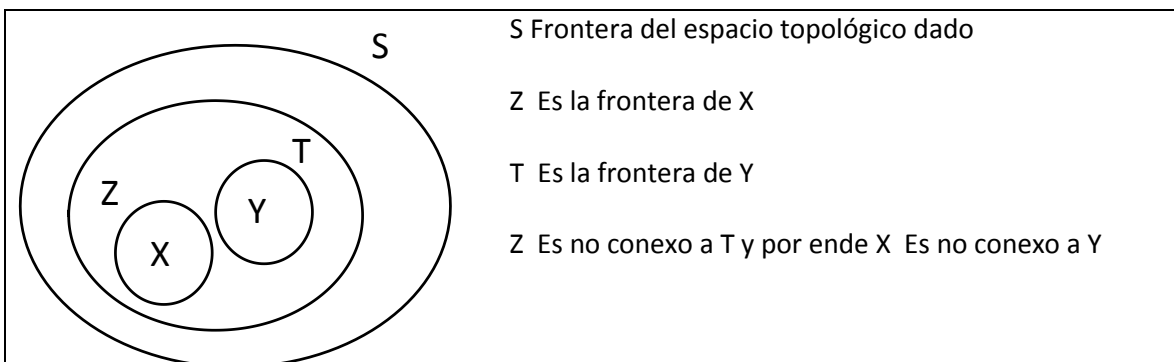
todos los elementos que contiene se le denomina interior y a todo el espacio ubicado fuera de la frontera y sus elementos constitutivos, como exterior. Así, en el ejemplo:



Relación de proximidad: noción de vecindad. La relación de proximidad está dada por la propiedad que pueden tener dos objetos o más de estar definidos dentro del mismo espacio topológico (noción de vecindad). Así, por ejemplo, si “S” define la construcción de un espacio topológico, entonces “S” es la frontera y todos los elementos que contenga son vecinos, sin importar si se tocan o no, ni la distancia que halla entre ellos. Además, es fundamental aclarar que cada uno de estos elementos tiene su propia frontera que también guarda relación de proximidad (es vecino de...) con los demás elementos de “S” por estar al interior del mismo. Retomamos el ejemplo:



Relación de separación: noción de conexidad . Las relaciones de separación están determinadas por las fronteras que poseen cada uno de los elementos vecinos del mismo espacio topológico. Es decir, en la medida que “X” y “Y” hacen parte del mismo espacio topológico “S”, “Z” es la frontera de “X” y “T” es la frontera de “Y”, entonces “Z” debe guardar un orden de separación con respecto a “T”, es decir, no se tocan en ningún punto (noción de no conexidad). En el ejemplo:



RELACIONES EUCLIDIANAS

Dentro del análisis intrafigural están las nociones topológicas que según Kerékjarto y Hilbert indican que éstas son importantes para la adquisición de las nociones de orden, congruencia, paralelas y continuidad, que hacen parte de las relaciones euclidianas y que para llegar a estas se tienen en cuenta dos aspectos:

- El análisis infralógico contribuye a la adquisición de las nociones espaciales
- Desde lo psicológico, el individuo justifica la relación topológica partiendo de las nociones de vecindad, separación y envolvimiento.

Por otro lado, el análisis intrafigural asume la relación "entre" refiriéndose a los objetos que hay que situar, por ejemplo, si nos dan tres bolas, dos blancas y una negra, se deben colocar de manera que la negra quede en la mitad. Aquí también se incluye la relación de números y figuras (correspondencia) pasando por unos estadios:

- El sujeto se refiere a figuras y objetos globalmente, por ejemplo el conjunto de balones
- Disociación previa entre objetos y forma (los balones son redondos, circulares)
- Cada número se asocia con una figura (un número para cada balón)
- Conciencia de correspondencia directa entre números y figuras.

La función general de las transformaciones desde el plano matemático, contribuye a la aplicación de una correspondencia unívoca entre conjuntos, por ejemplo, dado el conjunto A y B, entre ellos hay una correspondencia por una sola característica o clase, la cual permitirá un agrupamiento. Y en el plano psicológico, corresponde a la manipulación que ejerce un sujeto sobre un objeto dado implicando dos aspectos: un primero objeto que es conservado y otro que cambia (reversibilidad).

Etapas por las que pasan los niños en la adquisición de las relaciones euclidianas. El aprendizaje de las relaciones interfigurales en el niño pasan por cinco etapas que determina Piaget (1971), de las cuales las cuatro últimas corresponden a una geometría bien determinada:

- **AUSENCIA DE UNIDAD:** Se inicia con medidas muy primitivas comparando una figura con otra.
- **UNIDAD – POSICIÓN:** La percepción que se tiene de un objeto, se transforma en otro teniendo en cuenta un segmento ligado a una distancia que puede medirse. El niño aún no posee la igualdad de las dos posiciones, lo cual evidencia la falta de independencia de las partes con respecto al todo.
- **UNIDAD – SITUACIÓN:** Cuando se tiene una unidad de medida en una figura geométrica éstas pueden variar de una figura a otra, pero las porciones se mantendrán en el caso que la figura obtenida de la anterior trabaje con segmentos paralelos.
- **UNIDAD FIGURAL:** Deja de lado el paralelismo como restricción, de manera que si dos figuras son casi iguales y conservan algunas longitudes, podrá hacer uso de unidades más pequeñas o más grandes sin dejar de ser semejantes.
- **UNIDAD VERDADERA:** Es de orden interfigural porque no depende de la figura considerada, sino que clasifica a partir de una muestra las otras de la misma serie, obteniendo como resultado una medida numérica

RELACIONES PROYECTIVAS

El espacio proyectivo se basa directamente sobre las relaciones topológicas estructuradas en el niño y se acompaña por las nociones euclidianas, las cuales se desarrollan conjuntamente de manera distinta pero solidarias, siendo la reciprocidad o la simetría de las perspectivas la razón, ya que la construcción de informaciones euclidianas como la conservación de las distancias y/o las superficies no sería posible sin la estructuración simultánea de esta información proyectiva, pudiéndose decir que ambas se apoyan.

En las relaciones proyectivas el niño debe basarse en puntos de referencia y observar cómo cambia la proyección de un objeto de acuerdo con el punto donde él se encuentre; la noción de espacio proyectivo aparece cuando un objeto dado no es considerado aislado, sino siempre en relación con un observador externo o en relación con otros objetos, donde cada uno se encuentra respecto a los otros en relación proyectiva.

Esta proyección implica un sistema de perspectivas parciales, ya que el niño necesariamente debe realizar una integración de estas presentadas en un conjunto que encierra la totalidad de las relaciones entre el observador y cada uno de los objetos y entre los objetos mismos, siendo esto lo que le da mayor complejidad en relación con el espacio topológico.

Línea recta proyectiva. La línea recta proyectiva es una “línea de rasgos topológicos, la cual tiene además sus elementos ordenados en relación con un punto de vista, de manera tal que se encuentren ubicados sucesivamente uno detrás del otro, donde el primero oculta a los demás. Siendo la única línea cuya forma permanece inalterada desde cualquier punto de vista que se vea, cambiando solo su longitud”.¹

El descubrimiento de la línea recta proyectiva, se da en forma gradual así:

El niño es capaz de reconocer una línea recta, al poder hacer distinción entre algunas formas geométricas como el círculo del cuadrado, además puede seguir fácilmente de manera visual una línea recta, apoyado solo sobre un sistema de referencia, pero no puede aún construirla siquiera apoyado sobre dicho punto referente. Después los niños pueden ordenar materiales de manera sucesiva, pero siempre teniendo en presencia un sistema referente igual con el cual guiarse, sin considerar el hecho de que puede hacer cambios de posición que le permita verificar su construcción.

Luego se da un intermedio, donde el niño comienza a hacer discriminación progresiva de puntos de vista, dejando un poco de lado un referente especial para buscar otros de los cuales pueda apoyarse en su construcción, por ejemplo, marca una línea con el dedo de un solo trazo.

Finalmente, la línea recta proyectiva se efectúa cuando el niño capta el hecho de que dos puntos X, Y, pueden estar relacionados con el observador O por intermedio de su línea de mirada, OXY, es así como el niño advierte el papel que desempeñan las diferentes puntos de vista. (posibles visuales del observador). Ahora el niño comienza a efectuar operaciones espontáneas de discriminando diferentes puntos de vista, que lo llevan a la comprensión de la línea recta proyectiva.

¹ Halloway G.E.T. Concepción del espacio en el niño.

Perspectiva. La noción de perspectiva se desarrolla paulatinamente con el proceso de construcción de la línea recta, ya que si el niño no sabe diferenciar y coordinar la multitud de visuales necesarias y los desplazamientos que debe realizar un observador, no podrá comprender la ubicación de su propio cuerpo (que es quien le dará el control visual).

Esta noción está relacionada con la representación que comienza a hacer el niño de los objetos aislados vistos en perspectiva, donde no tiene un sistema de referencia fijo sino que busca varios puntos de vista, es decir, que logra la representación de perspectiva al diferenciar y coordinar diferentes puntos de vista.

Es un proceso que al igual que la línea recta proyectiva le exige al niño realizar distinciones entre diferentes puntos de vista desde los que se podría observar un objeto, pero ahora está implicado el modo en que el niño representa los objetos, en la forma y disposición con la que aparecen a su vista.

Este proceso evoluciona así:

- En un inicio el niño no realiza distinciones entre diferentes puntos de vista desde los que podría observar un objeto.
- Después el niño empieza a desarrollar la capacidad para distinguir diferentes puntos de vista, cuando el objeto es presentado en forma y tamaño invariables, desde cualquier posición, pero aún no puede hacer una representación de los resultados de tales cambios de puntos de vista.
- Luego el niño se encuentra en condiciones de poder poner elementos de las relaciones proyectivas en sus representaciones espaciales, el avance de esta noción radica en el hecho de que el niño ya no hace sólo reconocimiento de su espacio por medio de la percepción (diferenciación de visuales), sino que es capaz de representarlo en su mente, es decir, puede utilizar sus estructuras internas necesarias para dirigir sus construcciones, lo que le implica “hacer coordinaciones conscientes entre sujeto y objeto, el reconocimiento de que ambos ocupan el mismo espacio proyectivo que se extiende más allá del objeto, incluyendo también al observador”.²

Sistemas de referencia. Cualquier método o mecanismo de representación del espacio necesita un sistema de referencia o punto origen para basar las diferentes direcciones. Así, incluso para la lógica humana todos los conceptos son relativos pues necesitan un contrario que los complemente con respecto al todo. Es la forma de razonar y facilitar el pensamiento.

Así los sistemas de referencia se representan inicialmente en forma topográfica es decir, teniendo en cuenta las actividades que el sujeto realiza en un espacio determinado, el uso que hace de él y la forma como lo observa.

Según Moore y Hart,³ teniendo en cuenta la teoría Piagetiana, estos sistemas de referencia pasan por tres estadios de diferenciación e integración que van evolucionando:

² Hallaway G.E.T. Concepción del espacio en el niño.

³ Rodríguez de Moreno. Elsa Amanda. Geografía Conceptual. Primera edición 2.000. ED. Impresos de Colombia

- Sistema de referencia de coordinación egocéntrica. Lo primero que hace el niño es utilizar su propio cuerpo dentro de un sistema de ejes y planos, es decir, su cuerpo con respecto al objeto.
- Sistema de referencia de coordinación parcialmente en grupos fijos. Hace relaciones entre conjuntos sólo topológicamente, también interpreta algunas representaciones gráficas y las puede localizar dentro de un mapa.
- Sistema de referencia coordinado abstractamente e integrado jerárquicamente. Este se da en la etapa de las operaciones formales. En este período el sujeto está en la capacidad de moverse en el espacio, servirse de puntos de referencia como los ejes verticales y horizontales los cuales permiten acceder a la localización, dirección y posición de los objetos. Piaget considera que el marco de referencia reviste un carácter fundamental para el individuo ya que le permite orientar, ubicar y mover objetos mentalmente. Los ejes horizontales y verticales constituyen el sistema de referencia básico que un niño puede llegar a construir para complementarlo después con la elaboración de otros sistemas más estructurados y complejos.

El descubrimiento de los ejes horizontales y verticales se lleva cabo sólo después de los siete u ocho años, donde los niños aplican gradualmente este principio a todos los casos de representación gráfica de objetos, hasta que llegan a predecir el horizontal y el vertical de algo como parte de un sistema general de coordenadas; antes de ellos sólo se preocupan de las características puramente preconceptuales de las cosas al tratar de dibujar.

Sin embargo, sólo después de los once años se desarrollan verdaderos sistemas de referencia que permiten a los sujetos comparar simultáneamente posiciones y distancias.

Linda Dickson (1991), sostiene que un niño no es capaz de comparar el nivel de posición de un objeto cuando este ha sufrido cambios en el movimiento, tendiendo siempre a utilizar un sistema de referencia más cercano al objeto. (cinco y siete años).

El siguiente estadio acontece cuando el niño se percata de la necesidad de incluir nuevos sistemas y relacionarlos con el objeto; como la superficie; pero aun no es capaz de coordinarlos entre sí (nueve y doce años).

DICKSON Linda, BROUN M., GIBSON O. (1.991). "El aprendizaje de las matemáticas". Ed. Labor S.A

HOLLOWAY G. E. T. (1.982). "La concepción del espacio en el sujeto según Piaget". Barcelona.

RODRÍGUEZ D. M. E. (2.000). "Geografía conceptual". TM editores